

## PÁGINA 35

## ■ EJERCICIOS DE LA UNIDAD

## Suma y resta de enteros

1 ▲▲▲ Calcula:

a)  $5 - 3 - 7 + 1 + 8$

b)  $2 - 3 + 4 + 1 - 8 + 2$

c)  $1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11$

d)  $2 + 4 - 6 - 8 + 10 - 12 + 14$

a)  $5 - 3 - 7 + 1 + 8 = (5 + 1 + 8) - (3 + 7) = 14 - 10 = 4$

b)  $2 - 3 + 4 + 1 - 8 + 2 = (2 + 4 + 1 + 2) - (3 + 8) = 9 - 11 = -2$

c)  $1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 = (1 + 5 + 9) - (3 + 7 + 11) = 15 - 21 = -6$

d)  $2 + 4 - 6 - 8 + 10 - 12 + 14 = (2 + 4 + 10 + 14) - (6 + 8 + 12) = 30 - 26 = 4$

2 ▲▲▲ Quita paréntesis:

a)  $a + (b + c)$

b)  $a - (b + c)$

c)  $a + (b - c)$

d)  $a - (b - c)$

a)  $a + (b + c) = a + b + c$

b)  $a - (b + c) = a - b - c$

c)  $a + (b - c) = a + b - c$

d)  $a - (b - c) = a - b + c$

3 ▲▲▲ Quita paréntesis y después opera:

a)  $1 - (7 - 2 - 10) - (3 - 8)$

b)  $(8 - 4 - 3) - (5 - 8 - 1)$

c)  $(3 - 5) - (1 - 4) + (5 - 8)$

d)  $3 - (5 - 8) - (11 - 4) + (13 - 9)$

a)  $1 - (7 - 2 - 10) - (3 - 8) = 1 - 7 + 2 + 10 - 3 + 8 = (1 + 2 + 10 + 8) - (3 + 7) = 21 - 10 = 11$

b)  $(8 - 4 - 3) - (5 - 8 - 1) = 8 - 4 - 3 - 5 + 8 + 1 = (8 + 8 + 1) - (4 + 3 + 5) = 17 - 12 = 5$

c)  $(3 - 5) - (1 - 4) + (5 - 8) = 3 - 5 - 1 + 4 + 5 - 8 = (3 + 4 + 5) - (5 + 1 + 8) = 12 - 14 = -2$

d)  $3 - (5 - 8) - (11 - 4) + (13 - 9) = 3 - 5 + 8 - 11 + 4 + 13 - 9 = (3 + 8 + 4 + 13) - (5 + 11 + 9) = 28 - 25 = 3$

4 ▲▲▲ Calcula operando primero dentro de los paréntesis:

a)  $(2 - 6 - 3) + (5 - 3 - 1) - (2 - 4 - 6)$

b)  $(8 - 11 - 5) - (12 - 13) + (11 + 4)$

c)  $15 + (6 - 18 + 11) - (7 + 15 - 19) + (1 - 3 - 6)$

a)  $(2 - 6 - 3) + (5 - 3 - 1) - (2 - 4 - 6) = (-7) + (1) - (-8) = -7 + 1 + 8 = 2$

b)  $(8 - 11 - 5) - (12 - 13) + (11 + 4) = (-8) - (-1) + (15) = -8 + 1 + 15 = 8$

c)  $15 + (6 - 18 + 11) - (7 + 15 - 19) + (1 - 3 - 6) = 15 + (-1) - (3) + (-8) = 15 - 1 - 3 - 8 = 3$

5 ▲▲▲ Quita paréntesis y calcula:

a)  $3 - [(5 - 8) - (3 - 6)]$

b)  $1 - (3 - [4 - (1 - 3)])$

c)  $(2 + 7) - (5 - [6 - (10 - 4)])$

a)  $3 - [(5 - 8) - (3 - 6)] = 3 - [(-3) - (-3)] = 3 - [-3 + 3] = 3$

b)  $1 - (3 - [4 - (1 - 3)]) = 1 - (3 - [4 - (-2)]) = 1 - (3 - 6) = 1 + 3 = 4$

c)  $(2 + 7) - (5 - [6 - (10 - 4)]) = 9 - (5 - [6 - 6]) = 9 - 5 = 4$

6 ▲▲▲ Calcula:

a)  $(-7) \cdot (+11)$

b)  $(-6) \cdot (-8)$

b)  $(+5) \cdot (+7) \cdot (-1)$

d)  $(-2) \cdot (-3) \cdot (-4)$

a)  $(-7) \cdot (+11) = -77$

b)  $(-6) \cdot (-8) = 48$

c)  $(+5) \cdot (+7) \cdot (-1) = -35$

d)  $(-2) \cdot (-3) \cdot (-4) = -24$

7 ▲▲▲ Opera:

a)  $(-45) : (+3)$

b)  $(+85) : (+17)$

b)  $(+36) : (-12)$

d)  $(-85) : (-5)$

a)  $(-45) : (+3) = -15$

b)  $(+85) : (+17) = 5$

c)  $(+36) : (-12) = -3$

d)  $(-85) : (-5) = 17$

8 ▲▲▲ Opera las expresiones siguientes:

a)  $(+400) : (-40) : (-5)$

b)  $(+400) : [(-40) : (-5)]$

c)  $(+7) \cdot (-20) : (+10)$

d)  $(+7) \cdot [(-20) : (+10)]$

e)  $(+300) : (+30) \cdot (-2)$

f)  $(+300) : [(+30) \cdot (-2)]$

- a)  $(+400) : (-40) : (-5) = (-10) : (-5) = 2$   
 b)  $(+400) : [(-40) : (-5)] = (+400) : (+8) = 50$   
 c)  $(+7) \cdot (-20) : (+10) = -140 : 10 = -14$   
 d)  $(+7) \cdot [(-20) : (+10)] = 7 \cdot (-2) = -14$   
 e)  $(+300) : (+30) \cdot (-2) = 10 \cdot (-2) = -20$   
 f)  $(+300) : [(+30) \cdot (-2)] = 300 : (-60) = -5$

### Operaciones combinadas

9 ▲▲▲ Calcula:

- a)  $6 \cdot 4 - 5 \cdot 6 - 2 \cdot 3$   
 b)  $15 - 6 \cdot 3 + 2 \cdot 5 - 4 \cdot 3$   
 c)  $5 \cdot (-4) + (-2) \cdot 4 - 6 \cdot (-5) - 3 \cdot (-6)$   
 d)  $18 - 3 \cdot 5 + 5 \cdot (-4) - 3 \cdot (-2)$
- a)  $6 \cdot 4 - 5 \cdot 6 - 2 \cdot 3 = 24 - 30 - 6 = -12$   
 b)  $15 - 6 \cdot 3 + 2 \cdot 5 - 4 \cdot 3 = 15 - 18 + 10 - 12 = -5$   
 c)  $5 \cdot (-4) + (-2) \cdot 4 - 6 \cdot (-5) - 3 \cdot (-6) = -20 - 8 + 30 + 18 = 20$   
 d)  $18 - 3 \cdot 5 + 5 \cdot (-4) - 3 \cdot (-2) = 18 - 15 - 20 + 6 = -11$

10 ▲▲▲ Opera estas expresiones:

- a)  $(-5) \cdot (8 - 13)$   
 b)  $(2 + 3 - 6) \cdot (-2)$   
 c)  $(+4) \cdot (1 - 9 + 2) : (-3)$   
 d)  $(-12 - 10) : (-2 - 6 - 3)$
- a)  $(-5) \cdot (8 - 13) = (-5) \cdot (-5) = 25$   
 b)  $(2 + 3 - 6) \cdot (-2) = (-1) \cdot (-2) = 2$   
 c)  $(+4) \cdot (1 - 9 + 2) : (-3) = 4 \cdot (-6) : (-3) = (-24) : (-3) = 8$   
 d)  $(-12 - 10) : (-2 - 6 - 3) = (-22) : (-11) = 2$

11 ▲▲▲ Calcula:

- a)  $13 - [8 - (6 - 3) - 4 \cdot 3] : (-7)$   
 b)  $5 \cdot (8 - 3) - 4 \cdot (2 - 7) - 5 \cdot (1 - 6)$   
 c)  $12 \cdot (12 - 14) - 8 \cdot (16 - 11) - 4 \cdot (5 - 17)$

- a)  $13 - [8 - (6 - 3) - 4 \cdot 3] : (-7) = 13 - [8 - 3 - 12] : (-7) = 13 - (-7) : (-7) =$   
 $= 13 - 1 = 12$
- b)  $5 \cdot (8 - 3) - 4 \cdot (2 - 7) - 5 \cdot (1 - 6) = 5 \cdot 5 - 4 \cdot (-5) - 5 \cdot (-5) =$   
 $= 25 + 20 + 25 = 70$
- c)  $12 \cdot (12 - 14) - 8 \cdot (16 - 11) - 4 \cdot (5 - 17) = 12 \cdot (-2) - 8 \cdot 5 - 4 \cdot (-12) =$   
 $= -24 - 40 + 48 = -16$

**12 ▲▲▲ Realiza las operaciones siguientes:**

- a)  $18 - 40 : (5 + 4 - 1) - 36 : 12$
- b)  $4 + 36 : 9 - 50 : [12 + (17 - 4)]$
- c)  $48 : [5 \cdot 3 - 2 \cdot (6 - 10) - 17]$
- d)  $3 \cdot 4 - 15 : [12 + 4 \cdot (2 - 7) + 5]$
- a)  $18 - 40 : (5 + 4 - 1) - 36 : 12 = 18 - 40 : 8 - 3 = 18 - 5 - 3 = 10$
- b)  $4 + 36 : 9 - 50 : [12 + (17 - 4)] = 4 + 4 - 50 : 25 = 8 - 2 = 6$
- c)  $48 : [5 \cdot 3 - 2 \cdot (6 - 10) - 17] = 48 : [15 + 8 - 17] = 48 : 6 = 8$
- d)  $3 \cdot 4 - 15 : [12 + 4 \cdot (2 - 7) + 5] = 12 - 15 : [12 + 4 \cdot (-5) + 5] =$   
 $= 12 - 15 : [12 - 20 + 5] = 12 - 15 : (-3) = 12 + 5 = 17$

**13 ▲▲▲ Calcula:**

- |                        |                     |                     |
|------------------------|---------------------|---------------------|
| a) $(-2)^7$            | b) $(-3)^5$         | c) $(-5)^3$         |
| d) $(-10)^3$           | e) $(-1)^{16}$      | f) $(-1)^{17}$      |
| a) $(-2)^7 = -128$     | b) $(-3)^5 = -243$  | c) $(-5)^3 = -125$  |
| d) $(-10)^3 = -1\ 000$ | e) $(-1)^{16} = +1$ | f) $(-1)^{17} = -1$ |

**14 ▲▲▲ Expresa como una única potencia:**

- |                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| a) $(-2)^4 \cdot (-2)^3$          | b) $(+2)^3 \cdot (-2)^3$   |
| c) $(-3)^5 : (-3)^3$              | d) $(-5)^6 : (-5)^3$   |
| a) $(-2)^4 \cdot (-2)^3 = (-2)^7$ | b) $(+2)^3 \cdot (-2)^3 = (+2)^3 \cdot (-2)^3 = -(2^3 \cdot 2^3) = -2^6$ |
| c) $(-3)^5 : (-3)^3 = (-3)^2$     | d) $(-5)^6 : (-5)^3 = (-5)^3$  |

**15 ▲▲▲ Calcula:**

- a)  $(-2)^3 + (-3)^3 - (-4)^3$
- b)  $(-5)^2 \cdot (-2)^2 + (+3)^2 \cdot (-3)$
- c)  $(-2)^2 \cdot [(-5)^2 - (+4)^2]$
- d)  $(-6)^3 : (-3)^3 + (-8)^2 : (-4)^2$

- a)  $(-2)^3 + (-3)^3 - (-4)^3 = (-8) + (-27) - (-64) = -8 - 27 + 64 = 64 - 35 = 29$   
 b)  $(-5)^2 \cdot (-2)^2 + (+3)^2 \cdot (-3) = [(-5) \cdot (-2)]^2 - 3^3 = 10^2 - 3^3 = 100 - 27 = 73$   
 c)  $(-2)^2 \cdot [(-5)^2 - (+4)^2] = 4 \cdot (25 - 16) = 4 \cdot 9 = 36$   
 d)  $(-6)^3 : (-3)^3 + (-8)^2 : (-4)^2 = [(-6) : (-3)]^3 + [(-8) : (-4)]^2 = 2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$

16 ▲▲▲ Calcula, si existe:

- a)  $\sqrt{(-6)^2}$                       b)  $\sqrt{(-6)^3}$                       c)  $\sqrt{(-5)^3}$   
 d)  $\sqrt{(-5)^4}$                       e)  $\sqrt{(-1)^7}$                       f)  $\sqrt{(-1)^8}$
- a)  $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = \pm 6$       b)  $\sqrt{(-6)^3} = \sqrt{-216} \rightarrow$  No existe  
 c)  $\sqrt{(-5)^3} = \sqrt{-125} \rightarrow$  No existe  
 d)  $\sqrt{(-5)^4} = \sqrt{625} = \pm 25$   
 e)  $\sqrt{(-1)^7} = \sqrt{-1} \rightarrow$  No existe  
 f)  $\sqrt{(-1)^8} = \sqrt{1} = \pm 1$

17 ▲▲▲ Calcula, si existe:

- a)  $\sqrt{(+2)^2 \cdot (-2)^4}$                       b)  $\sqrt{(-2)^7 : (-2)^3}$   
 c)  $\sqrt{8^3 : (-2)^5}$                       d)  $\sqrt{(-6)^3 : 3^3}$
- a)  $\sqrt{(+2)^2 \cdot (-2)^4} = \sqrt{2^6} = \sqrt{64} = \pm 8$   
 b)  $\sqrt{(-2)^7 : (-2)^3} = \sqrt{(-2)^4} = \sqrt{16} = \pm 4$   
 c)  $\sqrt{8^3 : (-2)^5} = \sqrt{2^9 : (-2)^5} = \sqrt{-2^4} = \sqrt{-16} \rightarrow$  No existe  
 d)  $\sqrt{(-6)^3 : 3^3} = \sqrt{(-6 : 3)^3} = \sqrt{(-2)^3} = \sqrt{-8} \rightarrow$  No existe

## PÁGINA 36

### Múltiplos y divisores

18 ▲▲▲ Verdadero o falso:

- a) 195 es múltiplo de 13.  
 b) 13 es divisor de 195.  
 c) 745 es múltiplo de 15.  
 d) 18 es divisor de 258.  
 e) 123 es divisor de 861.

- a) Verdadero.  $195 = 13 \cdot 15$
- b) Verdadero.  $195 : 13 = 15$
- c) Falso.
- d) Falso.
- e) Verdadero.  $861 : 123 = 7$ .

19 ▲▲▲ Escribe los cinco primeros múltiplos de 15 por encima de 1000.

1 005, 1 020, 1 035, 1 050, 1 065

20 ▲▲▲ Escribe todos los divisores de 140.

1, 2, 4, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 35, 70, 140

21 ▲▲▲ Verdadero o falso:

- a) La suma de dos múltiplos de 8 es múltiplo de 8.
- b) La diferencia de dos múltiplos de 6 es un múltiplo de 6.
- c) Si un número es múltiplo de 4 y de 3, también es múltiplo de 12.
- d) Si un número es múltiplo de 2 y de 4, también es múltiplo de 8.
- e) Si un número es múltiplo de 12, también es múltiplo de todos los divisores de 12.

a) Verdadero.

$$a \cdot 8 + b \cdot 8 = (a + b) \cdot 8$$

b) Verdadero.

$$a \cdot 6 - b \cdot 6 = (a - b) \cdot 6$$

c) Verdadero.

$$a \cdot 4 \cdot 3 = a \cdot 12$$

d) Falso. Por ejemplo,  $20 = 10 \cdot 2 = 5 \cdot 4$  y, sin embargo, no es múltiplo de 8.

e) Verdadero.

$$a \cdot 12 = a \cdot 2 \cdot 6 = a \cdot 3 \cdot 4 \dots$$

### Números primos y compuestos

22 ▲▲▲ Escribe todos los números primos comprendidos entre 80 y 100.

83, 89, 91, 97

23 ▲▲▲ Calcula cuánto debe valer  $a$  para que el número  $\overline{71a}$  sea:

a) Múltiplo de 2

b) Múltiplo de 3

c) Múltiplo de 5

a)  $a = 0, 2, 4, 6, 8$

b)  $a = 1, 4, 7$

c)  $a = 0, 5$

24 ▲▲▲ Descompón en factores primos:

a) 48

b) 54

c) 90

d) 105

e) 120

f) 135

g) 180

h) 378

i) 700

j) 1 872

a)  $48 = 2^4 \cdot 3$

b)  $54 = 2 \cdot 3^3$

c)  $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

d)  $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

e)  $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

f)  $135 = 3^3 \cdot 5$

g)  $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

h)  $378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$

i)  $700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

j)  $1\,872 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 13$

### Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

25 ▲▲▲ Calcula:

a) m.c.m. (12, 15)

b) m.c.m. (24, 60)

c) m.c.m. (48, 54)

d) m.c.m. (90, 150)

e) m.c.m. (6, 10, 15)

f) m.c.m. (8, 12, 18)

a)  $\left. \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 15 = 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{m.c.m. (12, 15)} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

b)  $\left. \begin{array}{l} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{m.c.m. (24, 60)} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

c)  $\left. \begin{array}{l} 48 = 2^4 \cdot 3 \\ 54 = 2 \cdot 3^3 \end{array} \right\} \text{m.c.m. (48, 54)} = 2^4 \cdot 3^3 = 432$

$$d) \left. \begin{array}{l} 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (90, 150) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$$

$$e) \left. \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 10 = 2 \cdot 5 \\ 15 = 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (6, 10, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$f) \left. \begin{array}{l} 8 = 2^3 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (8, 12, 18) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

26 ▲▲▲ Calcula:

a) M.C.D. (16, 24)

b) M.C.D. (48, 72)

c) M.C.D. (105, 120)

d) M.C.D. (135, 180)

e) M.C.D. (8, 12, 16)

f) M.C.D. (45, 60, 105)

$$a) \left. \begin{array}{l} 16 = 2^4 \\ 24 = 2^3 \cdot 3 \end{array} \right\} \text{M.C.D. } (16, 24) = 2^3 = 8$$

$$b) \left. \begin{array}{l} 48 = 2^4 \cdot 3 \\ 72 = 2^3 \cdot 3^2 \end{array} \right\} \text{M.C.D. } (48, 72) = 3 \cdot 2^3 = 24$$

$$c) \left. \begin{array}{l} 105 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \\ 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{M.C.D. } (105, 120) = 3 \cdot 5 = 15$$

$$d) \left. \begin{array}{l} 135 = 3^3 \cdot 5 \\ 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{M.C.D. } (135, 180) = 3^2 \cdot 5 = 45$$

$$e) \left. \begin{array}{l} 8 = 2^3 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 16 = 2^4 \end{array} \right\} \text{M.C.D. } (8, 12, 16) = 2^2 = 4$$

$$f) \left. \begin{array}{l} 45 = 3^2 \cdot 5 \\ 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 105 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \end{array} \right\} \text{M.C.D. } (45, 60, 105) = 3 \cdot 5 = 15$$

27 ▲▲▲ Si  $a$  es múltiplo de  $b$ , ¿cuál es el mínimo común múltiplo de  $a$  y  $b$ ?  
¿Cuál es el máximo común divisor de  $a$  y  $b$ ?

Si  $a$  es múltiplo de  $b$ ,  $a = k \cdot b$

$$\text{m.c.m. } (a, b) = \text{m.c.m. } (k \cdot b, b) = k \cdot b = a$$

$$\text{M.C.D. } (a, b) = \text{M.C.D. } (k \cdot b, b) = b$$



**Para aplicar lo aprendido**

- 28 ▲▲▲ Se dice que dos números son primos entre sí cuando no tienen ningún divisor común aparte del 1. Por ejemplo, el 15 y el 16. Busca otras parejas de números primos entre sí.

Por ejemplo: 17 y 24  
13 y 9

- 29 ▲▲▲ Se desea envasar 100 litros de aceite en recipientes iguales. ¿Cuál ha de ser la capacidad de los mismos? Busca todas las soluciones posibles, e indica, en cada caso, el número de recipientes necesarios.

Las soluciones posibles son todos los divisores de 100:  
1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

- 30 ▲▲▲ En la biblioteca de mi centro hay entre 150 y 200 libros. Averigua cuántos son exactamente si pueden agruparse en cajas de 5, de 9, de 15 y de 18 unidades.

$$\left. \begin{array}{l} 5 = 5 \\ 9 = 3^2 \\ 15 = 3 \cdot 5 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (5, 9, 15, 18) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$$

El número de libros ha de ser múltiplo de 5, de 9, de 15 y de 18, y el menor de ellos es 90.

Los siguientes múltiplos de 90 son 180, 270...

Por tanto hay 180 libros.

- 31 ▲▲▲ Las líneas de autobuses A y B inician su actividad a las siete de la mañana desde el mismo punto de partida.

Si la línea A tiene un servicio cada 24 minutos y la línea B lo hace cada 36 minutos, ¿a qué hora, después de las siete, vuelven a coincidir las salidas?

$$\left. \begin{array}{l} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 36 = 2^2 \cdot 3^2 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (24, 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

Los autobuses coinciden cada 72 minutos.

Volverán a coincidir a las 8 horas y 12 minutos de la mañana.

- 32 ▲▲▲ Deseamos partir dos cuerdas de 20 m y 30 m en trozos iguales lo más grandes que sea posible y sin desperdiciar ningún cabo.

¿Cuánto medirá cada trozo?

$$\left. \begin{array}{l} 20 = 2^2 \cdot 5 \\ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{M.C.D. } (20, 30) = 2 \cdot 5 = 10$$

Han de partirse en trozos de 10 metros cada una.

**Página 37**

33 ▲▲▲ En la modalidad deportiva de ciclismo de persecución en pista, uno de los corredores da una vuelta al circuito cada 54 segundos y el otro cada 72 segundos. Parten juntos de la línea de salida.

a) ¿Cuánto tiempo tardarán en volverse a encontrar por primera vez en la línea de salida?

b) ¿Cuántas vueltas habrá dado cada ciclista en ese tiempo?

$$a) \left. \begin{array}{l} 54 = 2 \cdot 3^3 \\ 72 = 2^3 \cdot 3^2 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (54, 72) = 2^3 \cdot 3^3 = 216$$

Volverán a encontrarse al cabo de 216 segundos, es decir, después de 3 minutos y 36 segundos.

b) El primer ciclista habrá dado  $216 : 54 = 4$  vueltas.

El segundo,  $216 : 72 = 3$  vueltas.

34 ▲▲▲ ¿Qué medida tendrá el lado de una baldosa cuadrada que se ha utilizado para pavimentar el suelo de un garaje de 123 dm de largo por 90 dm de ancho?

(Las baldosas han venido justas, sin necesidad de cortar ninguna).

$$123 \text{ dm} = 1\,230 \text{ cm}$$

$$90 \text{ dm} = 900 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1\,230 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 41 \\ 90 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \end{array} \right\} \text{M.C.D. } (1\,230, 90) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Cada baldosa cuadrada mide 30 cm de lado.

35 ▲▲▲ Un panadero necesita envases para colocar 250 magdalenas y 75 mantecados en cajas, lo más grandes que sea posible, pero sin mezclar ambos productos en la misma caja.

¿Cuántas unidades irán en cada caja? ¿Cuántas cajas hacen falta?

$$\left. \begin{array}{l} 250 = 2 \cdot 5^3 \\ 75 = 3 \cdot 5^2 \end{array} \right\} \text{M.C.D. } (250, 75) = 5^2 = 25$$

En cada caja deberán ir 25 unidades.

Completará 10 cajas de magdalenas y 3 cajas de mantecados.

- 36 ▲▲▲ Un alumno quiere cambiar con otro cuadernos de 3,6 euros por rotuladores de 4,8 euros. ¿Cuál es el menor número de cada clase que pueden cambiar sin que ninguno de los dos pierda? ¿Cuál es el valor de lo que aporta cada uno?

$$3,6 \text{ €} = 360 \text{ céntimos de euro}$$

$$4,8 \text{ €} = 480 \text{ céntimos de euro}$$

$$\left. \begin{array}{l} 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (360, 480) = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 = 1\,440$$

$$\left. \begin{array}{l} 1\,440 : 360 = 4 \\ 1\,440 : 480 = 3 \end{array} \right\}$$

Pueden intercambiar 4 cuadernos por 3 rotuladores, por un valor, cada paquete, de 14,4 €.

- 37 ▲▲▲ En un colegio, el número de profesoras es el doble que el número de profesores. ¿Cuál de los siguientes números será igual al total de docentes de dicho colegio?

17            20            24            26

El número total de docentes tiene que ser múltiplo de 3.

El único múltiplo de 3 de los números que se dan es 24. Por tanto, el número total de docentes del colegio es 24.

Si en total son 24, dos partes son profesoras y una profesores:

$$24 : 3 = 8$$

$$8 \times 2 = 16 \text{ profesoras}$$

Hay 16 profesoras y 8 profesores.

- 38 ▲▲▲ El mayor de los tres hijos de una familia visita a sus padres cada 15 días, el mediano cada 10, y la menor cada 12. El día de Navidad se reúne toda la familia. ¿Qué día volverán a encontrarse los tres juntos? ¿Y el mayor con el mediano?

$$\left. \begin{array}{l} 15 = 3 \cdot 5 \\ 10 = 2 \cdot 5 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (15, 10, 12) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Los tres hermanos volverán a encontrarse 60 días después de Navidad (25 de diciembre). Es decir, el 22 de febrero del año siguiente.

$$\text{m.c.m. } (15, 10) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

El mayor y el mediano se encontrarán transcurridos 30 días, es decir, el 23 de enero del año siguiente.

### ■ PROBLEMAS DE ESTRATEGIA

- 39 En una excursión a la montaña, organizada por un club alpino, cada tres miembros comparten una mochila, cada cuatro una brújula y cada seis un mapa. Si entre mochilas, brújulas y mapas hay 27, ¿cuántos miembros del club participan en la excursión?

El número de miembros ha de ser múltiplo de 3, de 4 y de 6.

$$\text{m.c.m. } (3, 4, 6) = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} 12 : 3 = 4 \text{ mochilas} \\ 12 : 4 = 3 \text{ brújulas} \\ 12 : 6 = 2 \text{ mapas} \end{array} \right\} 4 + 3 + 2 = 9$$

Como hay 27 objetos entre mochilas, brújulas y mapas, y  $27 : 9 = 3$ , debe haber:

$$12 \cdot 3 = 36 \text{ miembros}$$

Veamos que es cierto:

$$\left. \begin{array}{l} 36 : 3 = 12 \text{ mochilas} \\ 36 : 4 = 9 \text{ brújulas} \\ 36 : 6 = 6 \text{ mapas} \end{array} \right\} 12 + 9 + 6 = 27$$

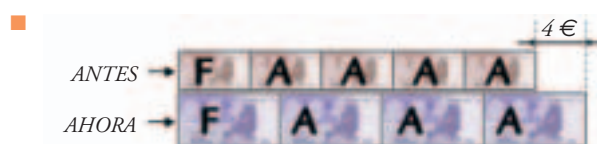
- 40 Rosa tiene el triple de discos que Manuel. Si cada uno comprase un disco, Rosa tendría el doble. ¿Cuántos discos tiene cada uno?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Rosa} \rightarrow \text{●} \text{●} \text{●} \\ \text{Manuel} \rightarrow \text{●} \end{array} \right\} \text{●} \text{●} \text{●} + 1 = 2 \cdot (\text{●} + 1) = \text{●} \text{●} + 2$$

$$\text{●} + 1 = 2 \rightarrow \text{●} = 1 \text{ disco}$$

Rosa tiene 3 discos y Manuel, 1.

- 41 ▲▲▲ Federico tenía la cuarta parte de dinero que Amelia. Por hacer un recado reciben una moneda de 2 € cada uno. Ahora Amelia tiene el triple que Federico. ¿Cuánto tiene ahora cada uno?



*El dinero que tenían al principio entre los dos es múltiplo de 5.*

Un múltiplo de 5 más 4 debe ser múltiplo de 4.

$$\underbrace{20}_{\text{Un múltiplo de 5}} + \underbrace{4}_{\text{más 4}} = \underbrace{24}_{\text{debe ser múltiplo de 4}}$$

Amelia tenía 16 € y Federico, 4 €.

Ahora, Amelia tiene 18 € y Federico, 6 €.

- 42 El número de participantes en un desfile es tal que se pueden agrupar en filas de 3 en 3, de 5 en 5 o de 25 en 25, pero no pueden hacerlo de 4 en 4 ni de 9 en 9. ¿Cuál es el número de participantes si sabemos que es mayor que 1 000, pero menor que 1 250?

Múltiplos de 3, de 5 y de 25 → múltiplos de 75

Múltiplos de 75 comprendidos entre 1 000 y 1 250:

1 050      1 125      1 200

Descartamos 1 200 porque es múltiplo de 4, y 1 125 porque es múltiplo de 9.

Así, el número de participantes es 1 050.